

翰林 109 學測

# 精彩解析

試題答案依據大考中心公布內容



忠明高中 · 陳冠州 老師

## 數學考科

總召集 / 陳彥良

總編輯 / 汪崇愛

主 編 / 吳崇欽

責 編 / 羅蔣偉

美 編 / 林婷慧 · 陳雅惠

☞ 本書內容同步刊載於翰林官網

出 版 / 民國一〇九年二月

發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號

編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號

電 話 / (06) 2619621 #312

E-mail / [periodical@hanlin.com.tw](mailto:periodical@hanlin.com.tw)

翰林官網 <http://www.hle.com.tw>



00847-02

翰 林 出 版

忠明高中 ▶ 陳冠州 老師

### 一 回顧與歷屆試題分析

首先我們先回顧一下，102 年學測是第一次依 99 課綱命題，至 108 年學測各章命題數統計如下：

範圍	102 年	103 年	104 年	105 年	106 年	107 年	108 年
數與式	1	2	0	1	0	0	1
多項式函數	2	2	1	2	2	1	2
指數與對數函數	2	2	2	1	2	2	2
數列與級數	1	1	2	1	1	0	1
排列、組合	2	2	2	1	2	0	2
機 率	1	1	2	2	1	1	1
數據分析	1	1	1	2	2	2	2
三 角	2	2	2	2	2	3	2
直線與圓	1	2	1	2	2	3	2
平面向量	2	2	2	1	1	3	1
空間向量	0	1	2	1	2	2	1
空間中的平面與直線	2	1	1	2	2	1	1
矩 陣	1	1	1	1	0	1	1
二次曲線	2	0	1	1	1	1	1

由以上考題數分析數點歸納如下：

1. 四冊配分大約平均；以章節論，三角考最多；以公式論，餘弦定理考最多。
2. 近年來素養題逐漸增加，在 106、107、108 年各有 4、3、5 題，約占整份學測試卷  $\frac{1}{5}$ ，學子對於生活事物不能無感，尤其是重要新聞時事，但不用深入，知道大概即可。此外，加強閱讀能力也是必備解題能力，否則可能因題目看不懂而無法得分。
3. 解題著重：（觀念）+（圖解），幾乎只考課本公式，不愛複雜計算、特殊技巧。基本型題目在課本都可找到類似題，先弄懂課本題目就有基本分。

二 109 學測數學試題分析

大考中心所列數學測驗三目標：概念性知識、程序性知識、解決問題的能力，109 學測數學占三目標比率依次為 15 %、65 %、20 %，主要還是程序性知識，也就是能讀圖、查表或運用適當的公式與步驟解題，說白話就是一般考試題目較多。

109 試題分配章節表	
範圍	類型
數與式	單選 5
多項式函數	單選 7，多選 10
指數與對數函數	單選 6，多選 11
數列與級數	多選 11，選填 A
排列、組合	多選 8
機 率	單選 6，選填 B
數據分析	多選 12
三 角	單選 1、7，多選 13，選填 D、G
直線與圓	選填 C
平面向量	單選 3，多選 9
空間向量	單選 2，多選 13，選填 E
空間中的平面與直線	選填 E
矩 陣	單選 4
二次曲線	選填 F

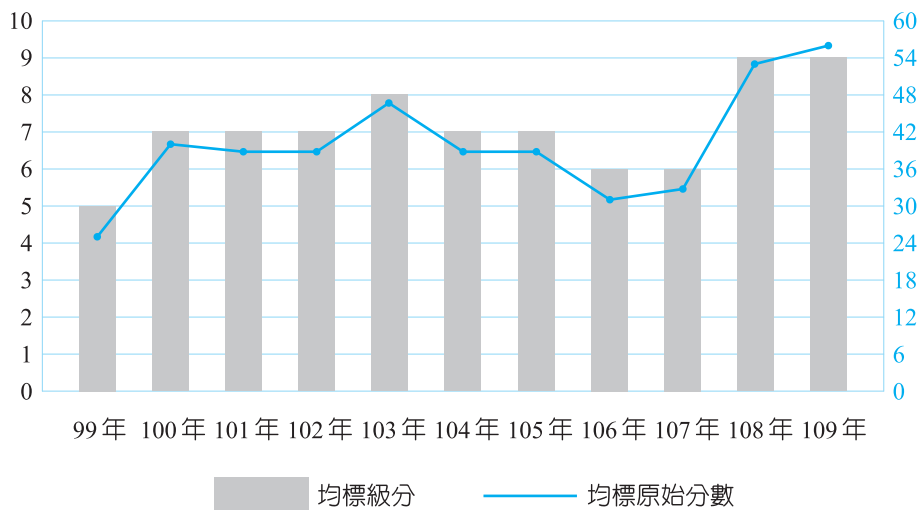
由上表試題分配章節表可知：

1. 配題：每章節都有考到，以三角及空間向量兩章出題數最多。
2. 難易度：中間偏易，與去年相同。
3. 素養題：今年有四題素養題，如多選 12 農業就業人口與選填 G 不銹鋼片月亮形狀設計，但文字用詞說明精確，無以前模稜兩可的文意出現，這很值得稱讚。此外，近年都有圖表式素養題，呼應大考中心數學測驗目標：程序性知識－能讀圖、查表，所以同學應該從平時就加強圖表閱讀，培養能力。
4. 多選題：105～109 年正確選項是兩個的題數依次為 3、4、3、6、6，呈增加趨勢，作者認為這是大考中心為增加鑑別度，避免學生亂猜題得分，所以設計 2 個答案數，所以同學們更應該加強觀念才能在多選題拿分。

## 三

## 110 學測數學展望

數學均標級分、原始分數



(註：109 年為預估值)

從上表走勢觀察發現心得及展望羅列如下：

1. 近兩年不論級分或原始分數都是新高，預估明年也是中偏易，所以建議同學回歸基本重要題目，不要在難題上面花太多時間。
2. 素養題是目前流行趨勢，加強文字閱讀、圖表理解與注意時事是同學平時就要加強。
3. 明年學測是最後一屆依 99 課綱命題，加上五選四自由選，兩大因素助長重考，109 年重考生人數約 1.8 萬人，預估 110 年重考生會更多，重考生大多目標在頂尖大學夢幻學系或醫學系，所以頂大競爭更加激烈，故頂大在面試第二階段多加考筆試，建議程度好的學子仍須加強數學能力，即使雙圈範圍學測不考，也應認真念，以免在筆試被刷下，遺珠之憾。



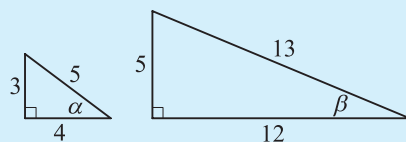
忠明高中 ▶ 陳冠州 老師

## 第壹部分：選擇題（占 65 分）

## 一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知兩個直角三角形三邊長分別為 3, 4, 5、5, 12, 13,  $\alpha$ ,  $\beta$  分別為它們的一角，如右圖所示。試選出正確的選項。



- (1)  $\sin \alpha > \sin \beta > \sin 30^\circ$   
 (2)  $\sin \alpha > \sin 30^\circ > \sin \beta$   
 (3)  $\sin \beta > \sin \alpha > \sin 30^\circ$   
 (4)  $\sin \beta > \sin 30^\circ > \sin \alpha$   
 (5)  $\sin 30^\circ > \sin \alpha > \sin \beta$

**答案** (2)

**命題出處** 第三冊第一章 三角

**測驗目標** 銳角三角函數的定義

**難易度** 易

**詳解**  $\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0.6$

$$\sin \beta = \frac{5}{13} \approx 0.38$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\therefore \sin \alpha > \sin 30^\circ > \sin \beta$$

故選(2)

2. 空間中有相異四點  $A, B, C, D$ ，已知內積  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 。試選出正確的選項。

- (1)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$  (2)  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$   
 (3)  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{CD}$  平行 (4)  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$   
 (5)  $A, B, C, D$  四點在同一平面上

**答案** (1)

**命題出處** 第四冊第一章 空間向量

**測驗目標** 空間向量的內積

**難易度** 易

**詳解**  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

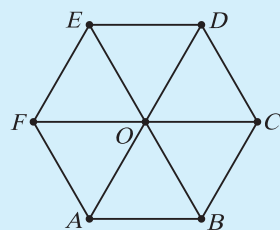
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$$

故選(1)

3. 如右圖所示， $O$  為正六邊形之中心。試問下列哪個向量的終點  $P$  落在  $\triangle ODE$  內部（不含邊界）？

- (1)  $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE}$  (2)  $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$   
 (3)  $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$  (4)  $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$   
 (5)  $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$



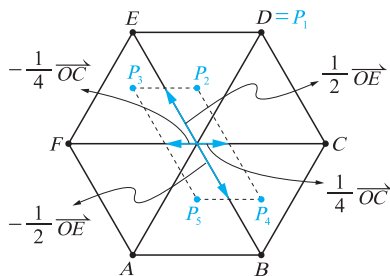
**答案** (2)

**命題出處** 第三冊第三章 平面向量

**測驗目標** 向量係數積、加減法

**難易度** 易

**詳解** 令選項(1)~(5)之  $P$  點用  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  代表  
 由平行四邊形加法知  $P_2$  在  $\triangle ODE$  內部



故選(2)

**註**：設  $\overrightarrow{OP} = \alpha\overrightarrow{OC} + \beta\overrightarrow{OE}$ ，其中  $0 < \alpha < \beta < 1 \Leftrightarrow P$  落在  $\triangle ODE$  內部

4. 令  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = I + A + A^{-1}$ , 試選出代表  $BA$  的選項。

(1)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(2)  $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

(3)  $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

(4)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(5)  $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$

**答案** (5)

**命題出處** 第四冊第三章 矩陣

**測驗目標** 反方陣

**難易度** 易

**詳解**  $BA = (I + A + A^{-1})A = A + A^2 + I$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 15 & 19 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$$

故選(5)

5. 試問數線上有多少個整數點與點  $\sqrt{101}$  的距離小於 5, 但與點  $\sqrt{38}$  的距離大於 3?

(1) 1 個

(2) 4 個

(3) 6 個

(4) 8 個

(5) 10 個

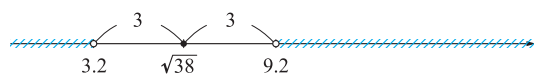
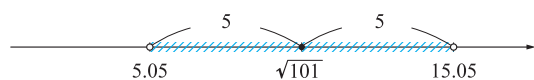
**答案** (3)

**命題出處** 第一冊第一章 數與式

**測驗目標** 絕對值

**難易度** 中

**詳解**  $\sqrt{101} \approx 10.05$  (只要知道比 10 略大一點點即可),  $\sqrt{38} \approx 6.2$



重疊部分:  $9.2 \sim 15.05$ , 之間整數有 10, 11, 12, 13, 14, 15, 共 6 個

故選(3)

6. 連續投擲一公正骰子兩次，設出現的點數依序為  $a, b$ 。試問發生  $\log(a^2) + \log b > 1$  的機率為多少？

- (1)  $\frac{1}{3}$                       (2)  $\frac{1}{2}$                       (3)  $\frac{2}{3}$                       (4)  $\frac{3}{4}$                       (5)  $\frac{5}{6}$

**答案** (4)

**命題出處** 第一冊第三章 指數與對數函數、第二冊第三章 機率

**測驗目標** 對數律、機率的性質

**難易度** 中

**詳解** ①  $\log(a^2) + \log b > 1 \Leftrightarrow \log(a^2 b) > \log 10 \Leftrightarrow a^2 b > 10$

②  $a^2 b \leq 10$

$a$	1	2	3
$b$	1, 2, 3, 4, 5, 6	1, 2	1

共 9 種

$$\therefore P(a^2 b \leq 10) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$\text{故所求為 } 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

故選(4)

〈另解〉

$$\log(a^2) + \log b > 1 \Leftrightarrow \log(a^2 b) > \log 10 \Leftrightarrow a^2 b > 10 \Leftrightarrow b > \frac{10}{a^2}$$

① 當  $a=1$  時， $b > 10$  (不合)

② 當  $a=2$  時， $b > 2 \frac{1}{2} \Leftrightarrow b=3, 4, 5, 6$ ，共 4 組

③ 當  $a=3$  時， $b > 1 \frac{1}{9} \Leftrightarrow b=2, 3, 4, 5, 6$ ，共 5 組

④ 當  $a=4$  時， $b > \frac{5}{8} \Leftrightarrow b=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，共 6 組

⑤ 當  $a=5$  時， $b > \frac{2}{5} \Leftrightarrow b=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，共 6 組

⑥ 當  $a=6$  時， $b > \frac{5}{18} \Leftrightarrow b=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，共 6 組

①~⑥ 合計  $4+5+6 \times 3 = 27$  組

$$\text{故所求機率為 } \frac{27}{6 \times 6} = \frac{3}{4}$$

故選(4)



7. 坐標平面上，函數圖形  $y = -\sqrt{3}x^3$  上有兩點  $P, Q$  到原點距離皆為 1。已知點  $P$  坐標為  $(\cos \theta, \sin \theta)$ ，試問點  $Q$  坐標為何？

- (1)  $(\cos(-\theta), \sin(-\theta))$
- (2)  $(-\cos \theta, \sin \theta)$
- (3)  $(\cos(-\theta), -\sin \theta)$
- (4)  $(-\cos \theta, \sin(-\theta))$
- (5)  $(\cos \theta, -\sin \theta)$

**答案** (4)

**命題出處** 第一冊第二章 多項式函數、第三冊第一章 三角

**測驗目標** 奇函數，廣義角三角函數的定義

**難易度** 中

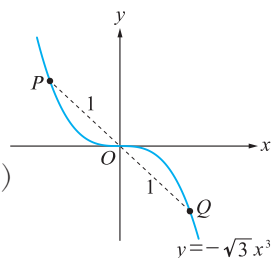
**詳解**  $y = -\sqrt{3}x^3$  為奇函數，對稱於原點

$P(\cos \theta, \sin \theta)$  對原點之對稱點就是

$Q(-\cos \theta, -\sin \theta)$

選項(4)： $(-\cos \theta, \sin(-\theta)) = (-\cos \theta, -\sin \theta)$

故選(4)



## 二、多選題 (占 30 分)

說明：第 8 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 有一個遊戲的規則如下：丟三顆公正骰子，若所得的點數恰滿足下列 (A) 或 (B) 兩個條件之一，可得到獎金 100 元；若兩個條件都滿足，則共得 200 元獎金；若兩個條件都不滿足，則無獎金。

(A) 三個點數皆為奇數或者皆為偶數

(B) 三個點數由小排到大為等差數列

若已知有兩顆骰子的點數分別為 1, 3，且所得獎金為 100 元，則未知的骰子點數可能為何？

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 5
- (5) 6

**答案** (1)(2)

**命題出處** 第二冊第二章 排列、組合

**測驗目標** 或、且的用法

**難易度** 易

詳 解

兩顆骰子	第三顆骰子	滿足 (A)	滿足 (B)
1, 3	1	✓	
	2		✓
	3	✓	
	4		
	5	✓	✓
	6		

所得獎金 100 元  $\Leftrightarrow$  (A)、(B) 恰一個滿足

$\therefore$  未知的骰子點數可能為 1, 2, 3

故選(1)(2)

9. 在坐標平面上，有一通過原點  $O$  的直線  $L$ ，以及一半徑為 2、圓心為原點  $O$  的圓  $\Gamma$ 。 $P, Q$  為  $\Gamma$  上相異 2 點，且  $\overline{OP}, \overline{OQ}$  分別與  $L$  所夾的銳角皆為  $30^\circ$ ，試選出內積  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$  之值可能發生的選項。

(1)  $2\sqrt{3}$ (2)  $-2\sqrt{3}$ 

(3) 0

(4)  $-2$ (5)  $-4$ 

答 案 (4)(5)

命題出處 第三冊第三章 平面向量

測驗目標 內積

難 易 度 中偏難

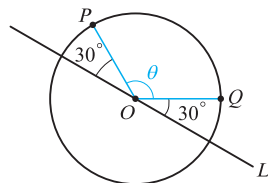
詳 解 ①  $P, Q$  在  $L$  同側：

$$\text{當 } \theta = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

②  $P, Q$  在  $L$  異側：

$$\text{當 } \theta_1 = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

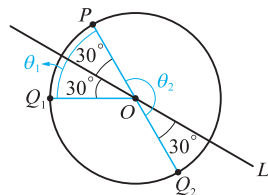
$$\Rightarrow \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ_1} = 2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$\text{當 } \theta_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ_2} = 2 \cdot 2 \cdot \cos 180^\circ = 2 \cdot 2 \cdot (-1) = -4$$

綜合①、②得  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = -2, 2, -4$

故選(4)(5)



10. 考慮多項式  $f(x) = 3x^4 + 11x^2 - 4$ ，試選出正確的選項。

- (1)  $y=f(x)$  的圖形和  $y$  軸交點的  $y$  坐標小於 0
- (2)  $f(x) = 0$  有 4 個實根
- (3)  $f(x) = 0$  至少有一個有理根
- (4)  $f(x) = 0$  有一根介於 0 與 1 之間
- (5)  $f(x) = 0$  有一根介於 1 與 2 之間

**答案** (1)(4)

**命題出處** 第一冊第二章 多項式函數

**測驗目標** 高次方程式

**難易度** 中

**詳解** (1)  $\bigcirc$  :  $f(0) = -4 < 0$

(2)  $\times$  (3)  $\times$  (4)  $\bigcirc$  (5)  $\times$  :  $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^4 + 11x^2 - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow (3x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3}, -4$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm 2i, \text{ 其中 } \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.58$$

故選(1)(4)

11. 設  $a, b, c$  為實數且滿足  $\log a = 1.1$ 、 $\log b = 2.2$ 、 $\log c = 3.3$ 。試選出正確的選項。

- (1)  $a + c = 2b$
- (2)  $1 < a < 10$
- (3)  $1000 < c < 2000$
- (4)  $b = 2a$
- (5)  $a, b, c$  成等比數列

**答案** (3)(5)

**命題出處** 第一冊第三章 指數與對數函數、第二冊第一章 數列與級數

**測驗目標** 對數律

**難易度** 中偏難

**詳解** (1)  $\times$  :  $\log a = 1.1 \Leftrightarrow a = 10^{1.1}$  ;  $\log b = 2.2 \Leftrightarrow b = 10^{2.2}$

$$\log c = 3.3 \Leftrightarrow c = 10^{3.3}$$

$$a + c = 10^{1.1} + 10^{3.3} > 2\sqrt{10^{1.1} \cdot 10^{3.3}} = 2 \cdot 10^{2.2} = 2b$$

(2)  $\times$  :  $a = 10^{1.1} > 10^1 = 10$

(3)  $\bigcirc$  :  $\log 1000 = 3$

$$\log 2000 = \log(2 \times 1000) = \log 2 + \log 1000 \approx 0.301 + 3 = 3.301$$

$$\therefore \log 1000 < \log c < \log 2000 \Leftrightarrow 1000 < c < 2000$$

(4)  $\times$  :  $2a = 2 \times 10^{1.1} \neq 10^{2.2} = b$ ，正確為  $a^2 = (10^{1.1})^2 = 10^{2.2} = b$

(5)  $\bigcirc$  :  $ac = 10^{1.1} \times 10^{3.3} = 10^{4.4} = (10^{2.2})^2 = b^2 \Leftrightarrow a, b, c$  成等比數列

故選(3)(5)

12. 下表是 2011 年至 2018 年某國總就業人口與農業就業人口的部分相關數據，各年度的人口以人數計，有些是以千人計，有些以萬人計，例如 2011 年總就業人口為 1,070.9 萬人，65 歲以上男性農業就業人口為 69.1 千人。試根據表格資料選出正確的選項。

年別	就業人口			男性農業就業人口按年齡別分			
	總就業人口 (萬人)	農業就業人口 (萬人)	男性農業就業人口 (千人)	39 歲以下 (千人)	40~49 歲 (千人)	50~64 歲 (千人)	65 歲以上 (千人)
2011 年	1,070.9	54.2	386.3	67.6	85.4	164.2	69.1
2012 年	1,086.0	54.4	394.9	67.5	87.0	169.5	70.9
2013 年	1,096.7	54.4	391.5	66.6	83.9	171.3	69.7
2014 年	1,107.9	54.8	391.2	65.8	79.8	173.0	72.6
2015 年	1,119.8	55.5	403.1	71.7	76.9	181.3	73.2
2016 年	1,126.7	55.7	404.5	77.4	77.4	176.4	73.3
2017 年	1,135.2	55.7	405.1	73.9	78.1	178.3	74.8
2018 年	1,143.4	56.1	415.1	72.0	78.8	184.9	79.4

- (1) 從 2013 年至 2018 年，65 歲以上的男性農業就業人口逐年遞增  
 (2) 從 2013 年至 2018 年，50 歲至 64 歲之男性農業就業人口逐年遞增  
 (3) 上表中，每一年的男性農業就業人口占總就業人口的比率都小於百分之五  
 (4) 上表中，每一年 50 歲至 64 歲之男性農業就業人口都少於 49 歲以下之男性農業就業人口  
 (5) 就 65 歲以上之男性農業就業人口而言，2018 年比 2011 年增加了不到一萬人

**答案** (1)(3)

**命題出處** 第二冊第四章 數據分析

**測驗目標** 圖表閱讀

**難易度** 易

**詳解** (1) ○

(2) ×：2015 年～2016 年為減少

(3) ○：∵ 每一年總就業人口數都大於 1000 萬

∴ 每一年總就業人口數的 5% 都大於 50 萬 (=500 千)

因此，亦都大於該年男性農業就業人口數

(4) ×：在 2011 年，50 歲～64 歲男性農業就業人口數為 164.2 (千)

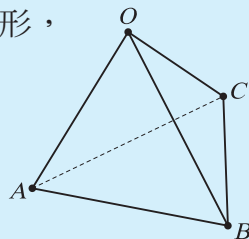
49 歲以下男性農業就業人口數為  $67.6 + 85.4 = 153$  (千)

∴ 50 歲～64 歲多於 49 歲以下

(5) ×：增加  $79.4 - 69.1 = 10.3$  (千) = 1.03 (萬)，超過一萬人

故選(1)(3)

13. 如右示意圖，四面體  $OABC$  中， $\triangle OAB$  和  $\triangle OAC$  均為正三角形， $\angle BOC = 30^\circ$ 。試選出正確的選項。



- (1)  $\overline{BC} > \overline{OC}$
- (2)  $\triangle OBC$  是等腰三角形
- (3)  $\triangle OBC$  的面積大於  $\triangle OAB$  的面積
- (4)  $\angle CAB = 30^\circ$
- (5) 平面  $OAB$  和平面  $OAC$  的夾角（以銳角計）小於  $30^\circ$

**答案** (2)(4)

**命題出處** 第三冊第一章 三角、第四冊第一章 空間向量

**測驗目標** 三角形面積公式、二面角

**難易度** 中偏難

**詳解** (2)  $\circ$  :  $\because \triangle OAB$ 、 $\triangle OAC$  為兩全等之正三角形

$$\therefore \text{設 } \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{AB} = \overline{AC} = a$$

$\triangle OBC$  中， $\overline{OB} = \overline{OC} \Rightarrow$  等腰三角形

(1)  $\times$  :  $\triangle OBC$  中， $\angle O = 30^\circ \Rightarrow \angle B = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ > \angle O$   
 $\Rightarrow \overline{OC} > \overline{BC}$

(3)  $\times$  :  $\triangle OBC$  面積  $= \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} a^2 \sin 30^\circ$

$$\triangle OAB \text{ 面積} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} a^2 \sin 60^\circ$$

$\because \sin 30^\circ < \sin 60^\circ \therefore \triangle OBC$  面積  $<$   $\triangle OAB$  面積

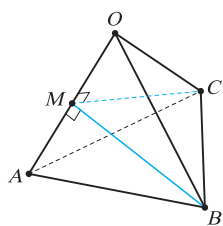
(4)  $\circ$  :  $\triangle ABC$  與  $\triangle OBC$  中， $\overline{BC} = \overline{BC}$ ， $\overline{AC} = \overline{OC}$ ， $\overline{AB} = \overline{OB}$

$\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle OBC$  (SSS 全等)

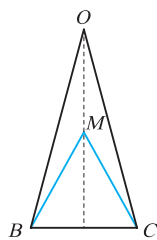
$$\Rightarrow \angle CAB = \angle COB = 30^\circ$$

(5)  $\times$  : 如圖(一)，作  $\overline{OA}$  邊之高  $\overline{MC}$ ， $\overline{MB}$

$\therefore \angle BMC$  為平面  $OAB$  和平面  $OAC$  的夾角



圖(一)



圖(二)

$\therefore$  三角形腰變短  $\therefore$  角度變大

如圖(二)示意圖，故  $\angle BMC > \angle BOC = 30^\circ$

故選(2)(4)

## 第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A. 至 G. 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14-36）。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 網路賣家以 200 元的成本取得某件模型，並以成本的 5 倍作為售價，差價即為利潤。但過了一段時間無人問津，因此賣家決定以逐次減少一半利潤的方式調降售價。若依此方式進行，則調降三次後該模型的售價為 ⑭⑮⑯ 元。

**答案** 300

**命題出處** 第二冊第一章 數列與級數

**測驗目標** 等比數列

**難易度** 易

**詳解** 最初利潤 =  $200 \times (5 - 1) = 800$  元

$$\text{調降三次後利潤剩下 } 800 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 100$$

$$\therefore \text{售價為 } 200 + 100 = 300 \text{ (元)}$$

- B. 有一按鈕遊戲機，每投幣一枚，可按遊戲機三次。第一次按下會出現黑色或白色的機率各為  $\frac{1}{2}$ ；第二或第三次按下，出現與前一次同色的機率為  $\frac{1}{3}$ ，不同色的機率為  $\frac{2}{3}$ 。今某甲投幣一枚後，按三次均出現同色的機率為  $\frac{\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。（化為最簡分數）

**答案**  $\frac{1}{9}$

**命題出處** 第二冊第三章 機率

**測驗目標** 獨立事件

**難易度** 中

**詳解** 所求機率為  $1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

$\begin{array}{c} \text{第一次任意} \quad \uparrow \quad \text{第三次與第二次同} \\ \text{第二次與第一次同} \end{array}$

C. 設  $S$  為坐標平面上直線  $2x+y=10$  被平行線  $x-2y+15=0$  與  $x-2y=0$  所截的線段（含端點）。若直線  $3x-y=c$  與  $S$  有交點，則  $c$  的最小值為 ⑱⑳。

**答案** -5

**命題出處** 第三冊第二章 直線與圓

**測驗目標** 線性規劃

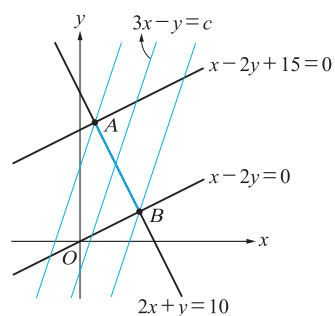
**難易度** 中偏難

**詳解** 由平行線法知：

$3x-y=c$  在  $A$  點發生最小值

$$\begin{cases} 2x+y=10 \\ x-2y+15=0 \end{cases} \Rightarrow A(x, y) = (1, 8)$$

$c$  的最小值為  $3 \cdot 1 - 8 = -5$



D. 平面上有一箏形  $ABCD$ ，其中  $\overline{AB}=\overline{BC}=\sqrt{2}$ ， $\overline{AD}=\overline{CD}=2$ ， $\angle BAD=135^\circ$ 。則

$\overline{AC} = \frac{\textcircled{21}\sqrt{\textcircled{22}\textcircled{23}}}{\textcircled{24}}$ 。（化為最簡根式）

**答案**  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

**命題出處** 第三冊第一章 三角

**測驗目標** 餘弦定理、三角形面積公式

**難易度** 難

**詳解**  $\triangle ABD$  中， $\overline{BD}^2 = (\sqrt{2})^2 + 2^2 - 2 \times \sqrt{2} \times 2 \times \cos 135^\circ$   
 $= 2 + 4 - 2 \times \sqrt{2} \times 2 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 10$

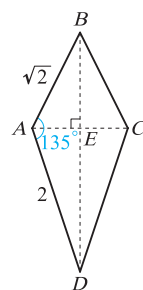
$\Rightarrow \overline{BD} = \sqrt{10}$

$\triangle ABD$  面積  $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD} \times \sin 135^\circ$   
 $= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \dots \dots \dots \textcircled{1}$

$\triangle ABD$  面積  $= \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \overline{AE}$   
 $= \frac{\sqrt{10}}{2} \overline{AE} \dots \dots \dots \textcircled{2}$

由  $\textcircled{1} = \textcircled{2} \Rightarrow \overline{AE} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

故  $\overline{AC} = 2\overline{AE} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$



- E. 空間中有三點  $A(1, 7, 2)$ 、 $B(2, -6, 3)$ 、 $C(0, -4, 1)$ 。若直線  $L$  通過  $A$  點並與直線  $BC$  相交且垂直，則  $L$  和直線  $BC$  的交點坐標為 ( 25 26 , 27 28 , 29 30 )。

**答案**  $(-3, -1, -2)$

**命題出處** 第四冊第一章 空間向量、第四冊第二章 空間中的平面與直線

**測驗目標** 正射影、直線參數式

**難易度** 難

**詳解** 作示意圖如右

$$\vec{BA} = (-1, 13, -1),$$

$$\vec{BC} = (-2, 2, -2) \parallel (1, -1, 1) = \vec{u}$$

$\vec{BA}$  在  $\vec{u}$  之正射影為

$$\vec{BH} = \left( \frac{\vec{BA} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|^2} \right) \vec{u} = \frac{-15}{3} (1, -1, 1) = (-5, 5, -5)$$

設  $H(x, y, z)$ ，代入  $\vec{BH} = (-5, 5, -5)$

$$\Leftrightarrow (x-2, y+6, z-3) = (-5, 5, -5)$$

$$\Leftrightarrow H(x, y, z) = (-3, -1, -2)$$

〈另解〉

$$\vec{BC} = (-2, 2, -2) \parallel (1, -1, 1) = \vec{u}$$

$$\vec{BC} : \begin{cases} x=0+t \\ y=-4-t, t \text{ 為實數} \\ z=1+t \end{cases}$$

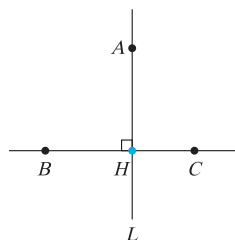
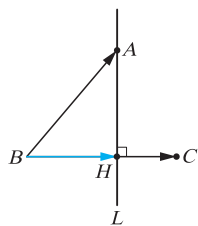
設  $H(t, -4-t, 1+t)$

$$\text{則 } \vec{AH} = (t-1, -t-11, t-1)$$

$$\because \vec{AH} \perp \vec{u} \quad \therefore \vec{AH} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1) + (t+11) + (t-1) = 0 \Leftrightarrow t = -3$$

$$\text{代回 } H = (t, -4-t, 1+t) = (-3, -1, -2)$$



- F. 坐標平面上有一條拋物線  $\Gamma$ ，其上有四個點構成等腰梯形，且等腰梯形的對稱軸與  $\Gamma$  的對稱軸重合。已知該等腰梯形的上底為 4、下底為 6、高為 14，則  $\Gamma$  的焦距為  $\frac{\textcircled{31}}{\textcircled{32}\textcircled{33}}$ 。(化為最簡分數)

**答案**  $\frac{5}{56}$

**命題出處** 第四冊第四章 二次曲線

**測驗目標** 拋物線



**難易度** 中偏難

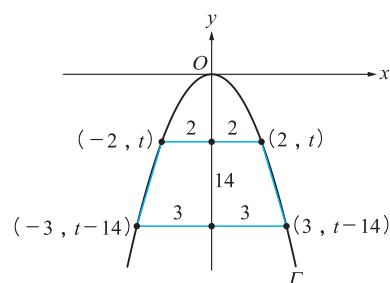
**詳解** 坐標化，略圖如右圖

設  $\Gamma: x^2=4cy$

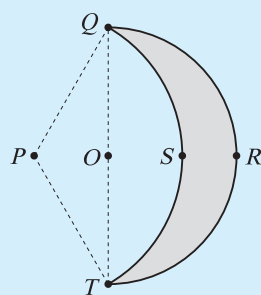
將  $(2, t), (3, t-14)$  代入  $\Gamma$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4=4ct \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 9=4c(t-14) = 4ct - 56c \xrightarrow{\textcircled{1} \text{代入}} 4 - 56c \end{cases}$$

$\therefore c = -\frac{5}{56}$ ，故焦距為  $|c| = \frac{5}{56}$



G. 設計師為天文館設計以不銹鋼片製成的月亮形狀，其中有一款設計圖如右圖所示：圖中，圓弧  $QRT$  是一個以  $O$  點為圓心、 $\overline{QT}$  為直徑的半圓， $\overline{QT} = 2\sqrt{3}$ 。圓弧  $QST$  的圓心在  $P$  點， $\overline{PQ} = \overline{PT} = 2$ 。圓弧  $QRT$  與圓弧  $QST$  所圍出的灰色區域  $QRTSQ$  即為某一天所見的月亮形狀。設此灰色區域的面積為  $a\pi + \sqrt{b}$ ，其中  $\pi$  為圓周率， $a$  為有理數， $b$  為整數，



則  $a = \frac{\textcircled{34}}{\textcircled{35}}$  (化為最簡分數)， $b = \textcircled{36}$ 。

**答案**  $\frac{1}{6}, 3$

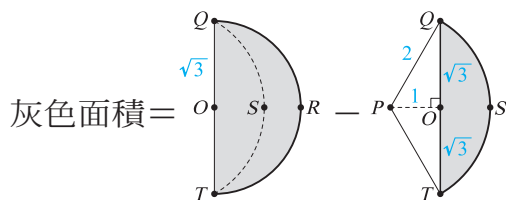
**命題出處** 第三冊第一章 三角

**測驗目標** 扇形面積、直角三角形的邊角關係

**難易度** 中

**詳解** 直角  $\triangle POQ$  中， $\overline{PQ} = 2$ ， $\overline{OQ} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \angle QPO = 60^\circ$ ， $\overline{PO} = 1 \Rightarrow \angle QPT = 2\angle QPO = 120^\circ$



$$\begin{aligned} \text{灰色面積} &= \frac{1}{2} \pi \cdot (\sqrt{3})^2 - \left[ \frac{120}{360} \cdot (\pi \cdot 2^2) - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 1 \right] \\ &= \frac{1}{6} \pi + \sqrt{3} \end{aligned}$$

故  $a = \frac{1}{6}$ ， $b = 3$

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ,

$$\text{算術平均數 } \mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ,

$$\text{相關係數 } r_{X, Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X, Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 =  $\frac{1}{3}$  底面積  $\times$  高

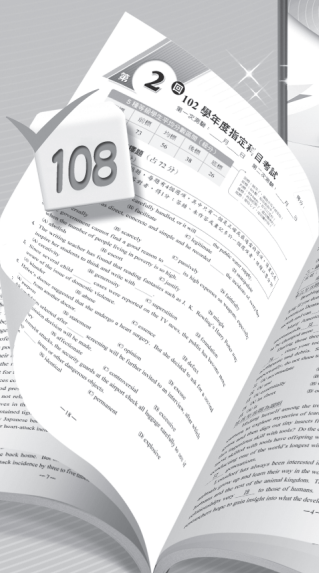
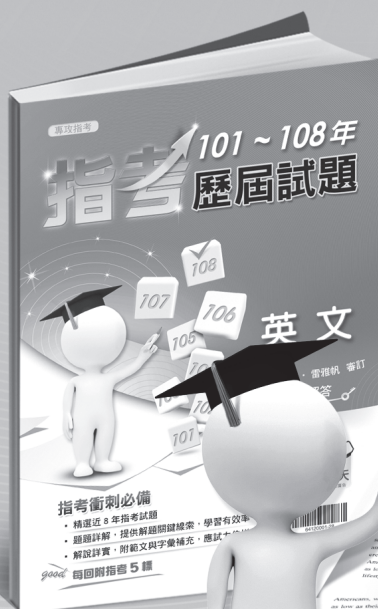


# 指考聚焦複習

## 精準解析 應考無懈可擊!

翰林 指考歷屆試題系列

- ✓ 出版科目：國文、英文、數學甲、數學乙、物理、化學、生物、歷史、地理、公民與社會
- ✓ 鑑往知來：收錄近8~9年大學指定科目考題，掌握出題方向與命題趨勢
- ✓ 精準解析：各科名師完整分析暨精解，迅速掌握解題技巧與釐清觀念
- ✓ 指考5標：每回皆附指考5標，有助學生了解自己的實力



翰林出版  
HAN LIN PUBLISHING CO., LTD.

升學領導品牌



(產品封面請以成書為準)

輕鬆學習得高分

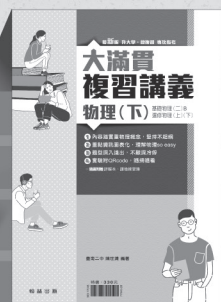


# 指考 衝刺 必勝計畫

## 3 Step 完成考前衝刺，逆轉指考，晉級頂尖大學！

Step  
複習

# 1



### 大滿貫複習講義

數學甲、數學乙、  
物理(下)、化學(下)

分析指考趨勢，統整命題重點，  
嚴選模擬試題，精準有效複習！

加油！  
加油！



Step  
衝刺

# 2

Step  
練習

# 3



### 指考關鍵60天

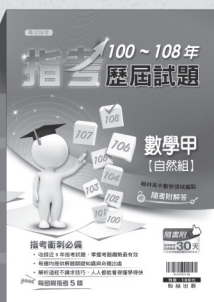
國文、英文、數學甲、數學乙、  
物理、化學、生物、歷史、  
地理、公民與社會

打破章節，以主題彙整關鍵知識，  
一天一進度，快速複習指考重點！



### 指考週複習

國文、英文、數學甲、  
數學乙、物理、化學、  
生物、歷史、地理、  
公民與社會



### 指考歷屆試題

國文、英文、  
數學甲、數學乙、  
物理、化學、生物、  
歷史、地理、公民與社會

配合複習進度，演練符合指考趨勢模擬題及  
實作歷屆試題，精熟指考題型與答題技巧！



翰林出版  
HAN LIN PUBLISHING CO., LTD.

升學領導品牌



(產品封面以成書為準)

輕鬆學習得高分