

翰林 114分科測驗

精彩解析 數學 考科

西松高中／蘇惠玉 老師
文華高中／何欣翰 老師



Handler

總編輯 / 李心筠

企 編 / 高湘婷

責 編 / 吳崇欽 · 吳晉毅 · 黃美甄

美 編 / 李湘悌 · 歐詩好 · 林素儀

出 版 / 民國一十四年八月

發行所 / 7102008 臺南市新樂路76號

翰林官網 <https://www.hle.com.tw>

☞ 本書內容同步刊載於翰林官網

✔ 依據大考中心公布內容【試題·答案】

翰林 相信學習



一、前言

本文旨在針對 114 學年度分科測驗數學乙考科之試題，進行系統性的分析。114 學年度為 108 課綱實施後，首次將數學乙納入分科測驗，儘管大考中心於考前曾釋出參考試卷供師生參考，其最終的難度定位與命題風格，依然是全國師生高度關注的焦點。

根據大考中心資料，本次考試總報考人數為 16,955 人。本文首先將以表格方式呈現今年數學乙考科的試題分布，使讀者能宏觀地掌握測驗內容；其後，再深入評析本次試題的特色與設計意涵，以作為教學之參考。

二、試題分布

冊 別	單 元	題 型	難易度	分數合計	單冊合併計分	
第一冊	第一章 數與式	(單選 1)	易		5 分	
	第二章 指數、對數					
	第三章 多項式函數	(混合 14)	中			
	第四章 直線與圓	單選 2	易	5 分		
第二冊	第一章 數列與級數				19 分	
	第二章 數據分析	單選 5	中	5 分		
	第三章 排列組合與機率	選填 11	中偏易	6 分		
	第四章 三角比	多選 8	難	8 分		
第三冊	A	第一章 三角函數			11 分	
		第二章 指數與對數函數	單選 6	中		5 分
		第三章 平面向量	選填 12	中		6 分
	B	第一章 正弦函數與週期性現象				11 分
		第二章 按比例成長模型	單選 6	中	5 分	
		第三章 平面向量與應用	選填 12	中	6 分	
第四冊	A	第一章 空間向量	單選 4	中	5 分	22 分
		第二章 空間中的平面與直線				
		第三章 機率	單選 3	中偏易	9 分	
			多選 9	中偏難		
		第四章 矩陣	多選 7	中偏易	8 分	



冊別		單元	題型	難易度	分數合計	單冊合併計分
第四冊	B	第一章 空間概念與空間坐標系	單選 4	中	5 分	22 分
		第二章 圓錐曲線的認識與應用				
		第三章 機率	單選 3	中偏易	9 分	
			多選 9	中偏難		
第四章 矩陣與資料表格	多選 7	中偏易	8 分			
選修數學乙(上)	第一章 極限與函數	單選 1	易	5 分	18 分	
		(單選 6)	中			
	第二章 微分	混合 13	中偏易	9 分		
		混合 14	中			
第三章 積分	混合 15	中偏易	4 分			
選修數學乙(下)	第一章 線性規劃	混合 16	易	15 分	25 分	
		混合 17	中偏易			
		混合 18	中			
	第二章 複數與多項式方程式	選填 10	易	6 分		
	第三章 機率統計	多選 9	中偏難	4 分		

(若題目有跨多個章節，但僅用到次要概念，則用括號表示，不計入分數合計)

題型分布：單選題 (6 題)、多選題 (3 題)、選填題 (3 題) 與混合題 (6 題)，總計 18 題。其中素養導向題型則為第 3、5、9、11、16、17、18 題，著重情境理解、圖表識讀與生活實務應用；難易分布：易 (19 分)、中偏易 (30 分)、中 (35 分)、中偏難 (8 分)、難 (8 分)。

考試範圍涵蓋了高一必修、高二必修 A 類與 B 類共同單元，以及高三選修數學乙的內容，其中來自選修數學乙上下兩冊內容的題目共占了 43 分，凸顯出題委員對選修數學乙課程之重視；其中機率統計領域的題數較多；同時亦首次將微積分與線性規劃兩大單元明確納入，分別於混合題 13 至 15 題 (微積分) 與 16 至 18 題 (線性規劃) 的題組中出現。

三、試題特色

1. 整體難度中偏易，著重基礎與核心概念：

由難易分布來看，難易度為中等以下的題目占絕大多數，試卷整體難易度屬於中偏易，筆者認為甚至略低於同年的學測數學 B 考科。多數試題旨在評量學生對核心觀念的理解，以及對基本題型的熟練度。例如，單選第 1、2、3 題，多選第 7 題及選填第 10 題等，均屬計算量低、觀念直接的基礎題，部分題型亦與歷屆考古題相似，對於平時有紮實準備的考生而言，應能迅速取分。這種「合理且簡單」的命題策略，有助於穩定考生信心，並為在學測中表現失利的學生提供一個透過分科測驗爭取佳績的機會。

試題分析

2. 生活情境命題清晰直接與素養導向：

試題情境的文字描述直觀易懂，避免了因過度包裝情境而導致閱讀理解困難，讓學生能快速聚焦於背後的數學模型（例如單選第 5 題的公司統計數據、多選第 9 題的抽牌獎金、選填第 11 題的洗衣機行程安排，以及混合題 16 至 18 題的水果種植面積）。

其中第 5 題要求從數據圖表中判讀最適直線的觀念，是素養導向的代表作。此題若採取傳統方法重新計算斜率與截距，將極度耗時且容易出錯；反之，若能運用觀念進行分析判讀，則能迅速得出答案。

3. 獨有課程內容：

首次的考試即出現了微積分與選修數學乙獨有的線性規劃單元，試題設計直接，混合題 16 至 18 題的線性規劃，提供明確的目標函數與可行解區域，只需透過標準步驟即可作答。未來這兩大單元可能會成為數學乙考科測驗的重要命題方向。

4. 鑑別度評析：

儘管試卷在評量基礎學力上成效顯著，但其鑑別度可能存在隱憂。從初步分析來看，整份試卷缺少需要較高層次推理論證，或連結不同單元概念的挑戰性試題。這使得基礎紮實的前段考生之間難以有效區分高下，整體鑑別度可能偏低（註：此為初步評析，精確之試題鑑別度指數仍待大考中心日後公布）。

四、結語

本次 114 學年度分科測驗數學乙考科，整體試題設計秉持 108 課綱精神，側重核心概念理解與基本技能熟練，兼顧了情境融入與素養導向。然而，正如前述分析所言，試題在高層次思考能力與跨單元整合運用的考查上略顯不足，可能影響前段考生之間的有效區別。

建議教師先進們在日常教學中，除了強化基礎觀念的穩固外，更應適度增加跨單元綜合思考與實務應用的訓練，以期能讓學生更加從容應對。

此外，隨著微積分與線性規劃單元正式納入考試範圍，教學端對於這兩大單元的重視亦應同步提高，尤其應強調概念理解與典型題型的熟練掌握，以符合未來試題發展的趨勢與方向。



第壹部分、選擇(填)題(占72分)

一、單選題(占30分)

說明：第 1. 題至第 6. 題，每題 5 分。

1. 試選出 $1.\bar{5} \times 5$ 的值。

(1) $7.\bar{5}$

(2) $7.\bar{6}$

(3) $7.\bar{7}$

(4) $7.\bar{8}$

(5) $7.\bar{9}$

答 案：(3)

命題出處：第一冊第一章 數與式、選修數學乙(上)第一章 極限與函數

測驗目標：能將循環小數化為有理數進行計算

難 易 度：易

詳 解： $1.\bar{5} = 1.555 \dots = 1 + 0.555 \dots$

$$= 1 + 0.5 + 0.05 + 0.005 + \dots$$

$$= 1 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \dots$$

$$= 1 + \frac{5}{10} + \frac{5}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{5}{10} \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \dots$$

$$= 1 + \frac{\frac{5}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = 1 + \frac{5}{9} = \frac{14}{9}$$

$$\Rightarrow 1.\bar{5} \times 5 = \frac{14}{9} \times 5 = \frac{70}{9} = 7.\bar{7}$$

故選(3)

2. 坐標平面上，試問下列哪一個方程式的圖形是通過點 $(1, 1)$ 的圓？

(1) $(x-1)^2 + y^2 = 1$

(2) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

(3) $3(x-1)^2 + y^2 = 1$

(4) $x^2 + y^2 = 1$

(5) $x^2 + 3y = 4$

答 案：(1)

命題出處：第一冊第四章 直線與圓

測驗目標：藉由圓的方程式解題

難 易 度：易

詳 解：(3)、(5)非圓的方程式

將點 $(1, 1)$ 代入(2)、(4)的圓方程式檢查，方程式皆不成立

將點 $(1, 1)$ 代入(1)的圓方程式檢查，方程式成立

故選(1)

試題解析

3. 已知有兩個公正的六面骰子 A 、 B ：

A 上的點數分別為 1、2、5、6、7、9，

B 上的點數分別為 1、3、4、5、6、9，

記錄 A 、 B 點數大小關係如下表所示。例如： A 與 B 的點數分別為 5 與 3，記錄為「 A 大」；

A 與 B 點數均為 5，記錄為「和局」。

		A					
		點數	1	2	5	6	7
B	1	和局	A 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	3	B 大	B 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	4	B 大	B 大	A 大	A 大	A 大	A 大
	5	B 大	B 大	和局	A 大	A 大	A 大
	6	B 大	B 大	B 大	和局	A 大	A 大
	9	B 大	B 大	B 大	B 大	B 大	和局

今某人同時擲 A 、 B 兩骰子，則在 A 點數大於 B 點數的條件下， B 點數是 6 的機率為何？

(1) $\frac{1}{6}$

(2) $\frac{1}{9}$

(3) $\frac{1}{16}$

(4) $\frac{1}{18}$

(5) $\frac{1}{32}$

答 案：(2)

命題出處：第四冊 A 第三章 機率、第四冊 B 第三章 機率

測驗目標：能正確解讀題意與表，以及條件機率的應用

難 易 度：中偏易

詳 解：令 C 表示 A 點數大於 B 點數的事件， D 表示 B 點數是 6 的事件

$$\Rightarrow P(D|C) = \frac{n(C \cap D)}{n(C)} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

故選(2)

4. 空間中有一個邊長為 1 的正立方體。點 O 為其中一個頂點，其餘 7 個頂點為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 。已知 $\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = 1$ 且 $\overline{OG} > 1$ ，試選出距離點 O 最遠的頂點。

(1) C

(2) D

(3) E

(4) F

(5) G

答 案：(5)

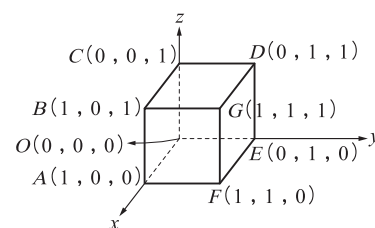
命題出處：第四冊 A 第一章 空間向量、第四冊 B 第一章 空間概念與空間坐標系

測驗目標：能正確解讀題意畫出圖形，以及空間坐標系的應用

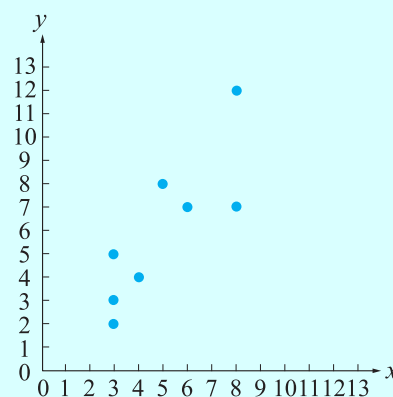
難 易 度：中



詳 解：根據題意可設定空間坐標系
 令 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $F(1, 1, 0)$,
 $E(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $B(1, 0, 1)$,
 $G(1, 1, 1)$, $D(0, 1, 1)$
 則距離點 O 最遠的頂點即為點 G
 故選(5)



5. 某公司統計上週 8 家分店的來店人數 x (單位：百人) 及營業額 y (單位：萬元)，得到 8 筆數據 (x, y) ，記錄如下：
 $(3, 3)$ 、 $(3, 5)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(4, 4)$ 、 $(5, 8)$ 、 $(6, 7)$ 、 $(8, 12)$ 、 $(8, 7)$ 。在坐標平面上標出這 8 個點 (如右圖所示)，推得這 8 筆數據 y 對 x 的最適直線 (迴歸直線) 方程式為 $y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{4}$ 。
 公司想從另一個角度分析，將這 8 筆數據的來店人數、營業額各自從小到大排序，得到新的 8 筆數據 (x, y) 如下：
 $(3, 2)$ 、 $(3, 3)$ 、 $(3, 4)$ 、 $(4, 5)$ 、 $(5, 7)$ 、 $(6, 7)$ 、 $(8, 8)$ 、 $(8, 12)$ 。
 設新的 8 筆數據 y 對 x 的最適直線 (迴歸直線) 方程式為 $y = mx + b$ ，其中 m 、 b 為實數。
 根據上述，試選出正確的選項。



- (1) $m = \frac{5}{4}$ 且 $b = -\frac{1}{4}$
- (2) $m > \frac{5}{4}$ 且 $b > -\frac{1}{4}$
- (3) $m > \frac{5}{4}$ 且 $b < -\frac{1}{4}$
- (4) $m < \frac{5}{4}$ 且 $b > -\frac{1}{4}$
- (5) $m < \frac{5}{4}$ 且 $b < -\frac{1}{4}$

答 案：(3)

命題出處：第二冊第二章 數據分析

測驗目標：理解最適直線與數據排序的關係

難 易 度：中

詳 解：根據題意，新的數據僅將數據 y 由小到大重新排列

$$\text{故會強化正相關，且標準差 } \sigma_x, \sigma_y \text{ 不變} \Rightarrow m = r_{\text{新}} \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x} > r_{\text{舊}} \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{5}{4}$$

又數據的平均值不變，在必過相同的點 $(\mu_x, \mu_y) = (5, 6)$ 的情況下，

$$b = \mu_y - m\mu_x = 6 - 5m < 6 - 5 \times \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

故選(3)

試題解析

6. 試選出 $\sum_{k=1}^5 \log_7 \left(\frac{2k-1}{2k+1} \right)$ 的值。

- (1) $-\log 11$ (2) $\log 11$ (3) $\log \frac{11}{7}$ (4) $-\frac{\log 11}{\log 7}$ (5) $\frac{\log 11}{\log 7}$

答 案：(4)

命題出處：第三冊 A 第二章 指數與對數函數、第三冊 B 第二章 按比例成長模型、
選修數學乙(上)第一章 極限與函數

測驗目標：換底公式與常用對數的性質應用

難 易 度：中

詳 解：

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^5 \log_7 \left(\frac{2k-1}{2k+1} \right) &= \log_7 \left(\frac{1}{3} \right) + \log_7 \left(\frac{3}{5} \right) + \log_7 \left(\frac{5}{7} \right) + \log_7 \left(\frac{7}{9} \right) + \log_7 \left(\frac{9}{11} \right) \\ &= \frac{\log \frac{1}{3}}{\log 7} + \frac{\log \frac{3}{5}}{\log 7} + \frac{\log \frac{5}{7}}{\log 7} + \frac{\log \frac{7}{9}}{\log 7} + \frac{\log \frac{9}{11}}{\log 7} \\ &= \frac{\log \frac{1}{3} + \log \frac{3}{5} + \log \frac{5}{7} + \log \frac{7}{9} + \log \frac{9}{11}}{\log 7} \\ &= \frac{\log \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \times \frac{7}{9} \times \frac{9}{11} \right)}{\log 7} \\ &= \frac{\log \frac{1}{11}}{\log 7} = -\frac{\log 11}{\log 7} \end{aligned}$$

故選(4)

二、多選題 (占 24 分)

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。試選出正確的選項。

- (1) $A^2 = A$
 (2) $A + B = B + A$
 (3) $AB = BA$
 (4) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
 (5) $(A + B)^2 = 2(A + B)$

答 案：(1)(2)(5)

命題出處：第四冊 A 第四章 矩陣、第四冊 B 第四章 矩陣與資料表格

測驗目標：評量矩陣乘法的概念與矩陣相關性質

難 易 度：中偏易



詳 解：(1) ○ : $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = A$

(2) ○ : 根據矩陣加法性質可知 $A+B=B+A$

(3) ✕ : $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $BA = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \therefore AB \neq BA$

(4) ✕ : 承(3), $(A-B)^2 = (A-B)(A-B) = A^2 - AB - BA + B^2 \neq A^2 - 2AB + B^2$

(5) ○ : $(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A^2 + AB + BA + B^2$

$$\therefore B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B; AB + BA = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = A + B$$

$$\therefore \text{承(1)}, (A+B)^2 = A + (A+B) + B = 2(A+B)$$

故選(1)(2)(5)

8. 平面上有一個三角形 ABC , 其中 $\angle A = 91^\circ$ 、 $\angle C = 29^\circ$ 。令 $\overline{BC} = a$ 、 $\overline{CA} = b$ 、 $\overline{AB} = c$ 。試選出正確的選項。

(1) $a^2 > b^2 + c^2$

(2) $\frac{c}{a} > \sin 29^\circ$

(3) $\frac{b}{a} > \cos 29^\circ$

(4) $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab} < \sqrt{3}$

(5) 三角形 ABC 的外接圓半徑小於 c

答 案：(1)(2)

命題出處：第二冊第四章 三角比

測驗目標：三角比的應用

難 易 度：難

詳 解：(1) ○ : 根據餘弦定理的性質及 $\angle A$ 為鈍角，可知 $a^2 > b^2 + c^2$

(2) ○ : 根據正弦定理可知 $\frac{a}{\sin 91^\circ} = \frac{c}{\sin 29^\circ} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sin 29^\circ}{\sin 91^\circ} > \frac{\sin 29^\circ}{1} = \sin 29^\circ$

(3) ✕ : 承(1), $a^2 > b^2 + c^2$ 同除以 $a^2 \neq 0$ 可得 $1 > \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2$

$$\text{承(2)}, \left(\frac{b}{a}\right)^2 < 1 - \left(\frac{c}{a}\right)^2 < 1 - \sin^2 29^\circ = \cos^2 29^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} < \cos 29^\circ$$

(4) ✕ : 根據餘弦定理可得 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \cos 29^\circ$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab} = 2 \cos 29^\circ > 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$$

(5) ✕ : 根據正弦定理可知 $\frac{c}{\sin 29^\circ} = 2R$ (其中 R 為三角形 ABC 的外接圓半徑)

$$\Rightarrow R = \frac{c}{2 \sin 29^\circ} > \frac{c}{2 \sin 30^\circ} = c$$

故選(1)(2)

試題解析

9. 有一個抽牌拿獎金活動，規則如下：

在一個不透明箱子中有 2 張標示金額「1000 元」的牌及 3 張標示金額「0 元」的牌。參加者從箱中隨機抽出一張牌，在不知道抽出牌標示的金額情況下，主持人再將一張標示金額「500 元」的牌放入箱中。此時參加者有以下兩種選擇：

(一)保留原先抽出的牌，該牌標示的金額即為獲得的獎金。

(二)放棄原先抽出的牌且不放回，再從箱中隨機抽出一張牌，該牌標示的金額即為獲得的獎金。

今某甲參加此活動，假設每張牌被抽中的機會均相等，試選出正確的選項。

(1)若某甲選擇(一)，則獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{3}{5}$

(2)若某甲選擇(一)，則獲得獎金的期望值為 500 元

(3)若某甲選擇(二)，則獲得獎金 1000 元的機率為 $\frac{2}{5}$

(4)若某甲選擇(二)，則獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{12}{25}$

(5)若某甲選擇(二)，則獲得獎金的期望值為 420 元

答 案：(1)(4)(5)

命題出處：第四冊 A 第三章 機率、第四冊 B 第三章 機率、
選修數學乙(下)第三章 機率統計

測驗目標：隨機變數的期望值結合條件機率的應用問題

難 易 度：中偏難

詳 解：(1)○：即為一開始抽出標示金額「0 元」牌的機率，其值為 $\frac{3}{5}$

(2)×：若以隨機變數 X_1 表示某甲選擇(一)所獲得的獎金金額，則依題意可得隨機變數 X_1 的機率分布表如下表：

x	0	1000
$p_1(x)$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

故 X_1 的期望值為 $\mu_1 = E(X_1) = 0 \times \frac{3}{5} + 1000 \times \frac{2}{5} = 400$ (元)

(3)×：獲得獎金 1000 元的機率為 $\frac{2}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{25}$

原先抽出「1000 元」的牌 原先抽出「0 元」的牌

(4)○：獲得獎金 0 元的機率為 $\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{12}{25}$

原先抽出「1000 元」的牌 原先抽出「0 元」的牌



(5) ○：若以隨機變數 X_2 表示某甲選擇(二)所獲得的獎金金額，則依題意可得隨機變數 X_2 的機率分布表如下表：

x	0	500	1000
$p_2(x)$	$\frac{12}{25}$	$1 - \frac{12}{25} - \frac{8}{25} = \frac{5}{25}$	$\frac{8}{25}$

故 X_2 的期望值為 $\mu_2 = E(X_2) = 0 \times \frac{12}{25} + 500 \times \frac{5}{25} + 1000 \times \frac{8}{25} = 420$ (元)

故選(1)(4)(5)

三、選填題 (占 18 分)

說明：第 10. 題至第 12. 題，每題 6 分。

10. 設 $i = \sqrt{-1}$ 。已知複數 $\frac{1-7i}{-1+i} = a+bi$ ，其中 $a、b$ 為實數。則 $a =$ ⑩-1 ⑩-2，

$b =$ ⑩-3。

答 案：-4；3

命題出處：選修數學乙(下)第二章 複數與多項式方程式

測驗目標：複數的運算

難 易 度：易

詳 解： $\frac{1-7i}{-1+i} = \frac{(1-7i)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)} = \frac{-8+6i}{2} = -4+3i$

$\Rightarrow a = -4, b = 3$

11. 某洗衣機的行程必須從一、二、三、四、五共 5 種不同衣料擇一，搭配甲、乙、丙、丁共 4 種不同模式擇一，另有 $A、B、C$ 共 3 種附加功能，每種附加功能可以自由選擇是否開啟，但是「第一種衣料」不可以與附加功能「 A 」同時使用。例如「第二種衣料」搭配「甲模式」，且同時開啟「 A 」、「 B 」兩種附加功能為一個可以的行程；但「第一種衣料」搭配「甲模式」，且同時開啟「 A 」、「 B 」兩種附加功能為一個不可以的行程。根據上述，此洗衣機共有 ⑪-1 ⑪-2 ⑪-3 個可以的行程。

答 案：144

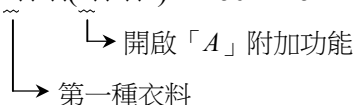
命題出處：第二冊第三章 排列組合與機率

測驗目標：有系統的計數以解決生活情境中的問題

難 易 度：中偏易

詳 解：每種附加功能皆可獨立「開或關」，故可以的行程方法數有

$5 \times 4 \times (2 \times 2 \times 2) - 1 \times 4 \times (1 \times 2 \times 2) = 160 - 16 = 144$ (個)



試題解析

12. 平面上有不共線的三點 A 、 B 、 C ，已知向量 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 的內積為 16， \overrightarrow{CB} 與 \overrightarrow{AC} 的內積為 3，

$$\text{則 } \overline{AC} = \frac{\sqrt{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}}{\quad} \text{。 (化為最簡根式)}$$

答 案： $\sqrt{13}$

命題出處：第三冊 A 第三章 平面向量、第三冊 B 第三章 平面向量與應用

測驗目標：利用內積性質計算平面向量的長度

難 易 度：中

詳 解：根據內積的性質： $|\overrightarrow{AC}|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC}$
 $= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$
 $= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AC}$
 $= 16 - 3 = 13$

$$\Rightarrow \overline{AC} = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{13}$$

第貳部分、混合題或非選擇題 (占 28 分)

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

設 $f(x)$ 為實係數三次多項式。已知函數 $y=f(x)$ 在 $x=-3$ 處有極小值；在 $x=1$ 處有極大值。根據上述，試回答下列問題。

13. 下列關於 $f''(-3)$ 和 $f''(1)$ 的敘述，試選出正確的選項。(單選題，3 分)

- (1) $f''(-3) = f''(1) = 0$
- (2) $f''(-3) > 0$ 且 $f''(1) > 0$
- (3) $f''(-3) > 0$ 且 $f''(1) < 0$
- (4) $f''(-3) < 0$ 且 $f''(1) > 0$
- (5) $f''(-3) < 0$ 且 $f''(1) < 0$

答 案：(3)

命題出處：選修數學乙(上)第二章 微分

測驗目標：導函數的應用

難 易 度：中偏易



詳 解：∵ $f(x)$ 為實係數三次多項式，

且已知函數 $y=f(x)$ 在 $x=-3$ 處有極小值；在 $x=1$ 處有極大值

x	-3	1
$f'(x)$	0	0
增減		
凹向		

↑
↑
 極小值 極大值

∴ $f'(-3)=0, f''(-3)>0; f'(1)=0, f''(1)<0$ ，故選(3)

14. 已知通過 $y=f(x)$ 圖形反曲點的切線斜率為 4，試求 $f'(x)$ 。(非選擇題，6 分)

答 案： $-x^2-2x+3$

命題出處：第一冊第三章 多項式函數、選修數學乙(上)第二章 微分

測驗目標：一階導函數與多項式方程式的應用

難 易 度：中

詳 解：承 13. 題， $\begin{cases} f'(-3)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases}$

可假設 $f'(x)=a(x+3)(x-1)=ax^2+2ax-3a$ (其中 a 為非零實數)

$\Rightarrow f''(x)=2ax+2a$

假設反曲點為 $(p, f(p))$ ，則 $f''(p)=2ap+2a=0$ ，得 $p=-1$

∵反曲點的切線斜率為 4 ∴ $f'(-1)=4 \Rightarrow a-2a-3a=4 \Rightarrow a=-1$

故得 $f'(x)=-x^2-2x+3$

15. 承 14. 題，試求 $\int_{-3}^1 f'(x)dx$ 的值。(非選擇題，4 分)

答 案： $\frac{32}{3}$

命題出處：選修數學乙(上)第三章 積分

測驗目標：能求出多項式函數的反導函數，並利用積分求出其值

難 易 度：中偏易

詳 解：承 14. 題， $f'(x)=-x^2-2x+3$

∵ $\left(-\frac{1}{3}x^3-x^2+3x\right)' = -x^2-2x+3$ ∴ $-\frac{1}{3}x^3-x^2+3x$ 是 $f'(x)$ 的反導函數

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int_{-3}^1 f'(x)dx &= \left(-\frac{1}{3}x^3-x^2+3x\right)\Big|_{-3}^1 \\ &= \left(-\frac{1}{3}-1+3\right) - \left(\frac{27}{3}-9-9\right) = \frac{5}{3} - \left(-\frac{27}{3}\right) = \frac{32}{3} \end{aligned}$$

故得 $\int_{-3}^1 f'(x)dx = \frac{32}{3}$

試題解析

16-18 題為題組

某人想在農地種植甲、乙兩種水果，並設定甲水果的種植面積(甲面積)、乙水果的種植面積(乙面積)符合以下三個條件：

(一)甲面積不超過 15 公畝。

(二)甲面積與乙面積的和不超過 24 公畝。

(三)甲面積不超過乙面積的 3 倍，且乙面積不超過甲面積的 2 倍。

設甲面積為 x 公畝、乙面積為 y 公畝。根據上述，試回答下列問題。

16. 試問下列哪一個選項的數對 (x, y) 會滿足上述的三個條件？(單選題，3 分)

- (1) (7, 15) (2) (12, 13) (3) (14, 10) (4) (15, 4) (5) (16, 8)

答 案：(3)

命題出處：選修數學乙(下)第一章 線性規劃

測驗目標：二元一次聯立不等式

難 易 度：易

詳 解：根據題意可知，三個條件分別為：

(一) $x \leq 15$ ；(二) $x + y \leq 24$ ；(三) $x \leq 3y$ 且 $y \leq 2x$

將選項中的數對 (x, y) 代入三個條件逐一檢查

(1) \times ：違反條件(三)

(2) \times ：違反條件(二)

(3) \circ ：滿足上述的三個條件

(4) \times ：違反條件(三)

(5) \times ：違反條件(一)

故選(3)

17. 試將某人對甲面積、乙面積所設定的三個條件，以 x 、 y 的二元一次聯立不等式表示。

(非選擇題，4 分)

答 案：
$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x + y \leq 24 \\ x \leq 3y \\ 2x \geq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

命題出處：選修數學乙(下)第一章 線性規劃

測驗目標：二元一次聯立不等式

難 易 度：中偏易

詳 解：依題意列式得
$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x + y \leq 24 \\ x \leq 3y \\ 2x \geq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



18. 已知某人的農地收成時，甲水果每公畝可獲利 6 萬元、乙水果每公畝可獲利 7 萬元。試求某人種植甲、乙兩種水果的最大獲利為多少萬元？寫出計算過程，並畫出可行解區域及標出其所有頂點坐標，且以斜線標示該區域。(非選擇題，8 分)

答 案：160 萬元，圖略

命題出處：選修數學乙(下)第一章 線性規劃

測驗目標：根據題意，求得線性規劃問題的最佳解

難 易 度：中

詳 解：依題意可將種植甲、乙兩種水果的獲利表示為目標函數： $6x + 7y$ (萬元)

承 17. 題，畫出可行解區域，如右圖所示

目標函數 $P = 6x + 7y$ ，

以目標函數產生的平行線掃過可行解區域，

可知本題所求的最大值存在

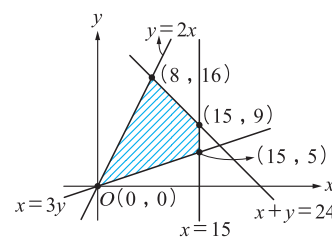
本題可行解區域的頂點有

$(0, 0)$ ， $(15, 5)$ ， $(15, 9)$ ， $(8, 16)$

其對應的目標函數值如下表

(x, y)	$(0, 0)$	$(15, 5)$	$(15, 9)$	$(8, 16)$
$6x + 7y$	0	125	153	160

故當 $(x, y) = (8, 16)$ 時， P 有最大值 160，即甲面積為 8 公畝、乙面積為 16 公畝時，可使最大獲利為 160 萬元



試題解析

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a+(n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適直線(迴歸直線)方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

8. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $\text{Var}(X) = np(1-p)$