

翰林104 指考

# 精彩解析

## 數學考科

家齊女中 / 黃峻棋 老師

【試題·答案】依據大考中心公布內容

發行人 / 陳炳亨  
總召集 / 周耀琨  
總編輯 / 蔣海燕  
主編 / 王維芬  
校對 / 李遠茵·蔡東聖  
美編 / 蘇昭禎·杜政賢

出版 / 民國一〇四年七月  
發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號  
編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號  
電話 / (06) 2619621#314  
E-mail / periodical@hanlin.com.tw  
翰林我的網 <http://www.worldone.com.tw>



翰林出版

本書內容同步刊載於翰林我的網

## 數學乙 試題分析

家齊女中·黃峻棋 老師

## 一 前言

今年的大學指考在 7 月 1、2、3 日三天舉行，數學乙考試在第二天上午。筆者先從 102、103 指考的五標談起：

102 指考數學乙五標					103 指考數學乙五標				
頂標	前標	均標	後標	底標	頂標	前標	均標	後標	底標
84	75	58	36	21	89	79	58	33	20

從五標來看，我們可以這樣說，大概有一半的考生可以考到 60 分左右，當然這跟部分的自然組同學跨考數學乙，導致分數提昇有關。正因此，對於想要考取理想大學或商學院的同學而言，成績大概要前標以上。從試題的難易度來看，數學乙的難度顯然較低，大多屬於中等偏易的題型。我們一樣把它分成三類。

(一) 中等偏易的題型：

- (1) 以 102 指考為例：單選 1、2，多選 3、4，選填 A、B，計算一。
- (2) 以 103 指考為例：單選 1，多選 3，選填 A、B、C。

(二) 中等的題型：

- (1) 以 102 指考為例：多選 5、6、7，計算二。
- (2) 以 103 指考為例：單選 2，多選 4、5、6、7。

(三) 中等偏難的題型：

- (1) 以 102 指考為例：選填 C。
- (2) 以 103 指考為例：計算一、二。

我們從難易度不難發現，如果同學掌握住中等或中等偏易的題型，在指考中應該可以拿到 70 ~ 80 分左右（大約前標與頂標之間）。

## 二 試題分析

底下，筆者利用兩個表格來分析大學指考數學乙考試重點和今年大學指考數學乙的試題內容，如此便能讓讀者很清楚地對照出考試的趨勢。

## 1 104 大學指考數學乙考試重點

第一冊	數與式	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 距離與分點公式</li> <li>② 絕對值性質</li> </ul>
	多項式函數	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 一次、二次函數的圖形</li> <li>② 餘式、因式定理</li> <li>③ 插值多項式</li> <li>④ 整係數一次因式檢驗法</li> <li>⑤ 虛根成對性質</li> <li>⑥ 勘根定理</li> <li>⑦ 多項式不等式</li> </ul>
	指數與對數函數	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 指、對數函數圖形的性質</li> <li>② 方程式與不等式</li> <li>③ 首數與尾數</li> </ul>
第二冊	排列、組合	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 邏輯、集合與計數原理</li> <li>② 直線排列</li> <li>③ 重複組合</li> <li>④ 二項式定理</li> </ul>
	機 率	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 古典機率的性質</li> <li>② 條件機率</li> <li>③ 貝氏定理</li> </ul>
	數據分析	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 平均數、中位數、標準差</li> <li>② 數據的平移與伸縮</li> <li>③ 標準化數據</li> <li>④ 相關係數</li> <li>⑤ <math>Y</math> 對 <math>X</math> 的迴歸直線方程式</li> </ul>
第三冊	直線與圓	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 斜率與直線方程式</li> <li>② 二元一次不等式的圖解</li> <li>③ 線性規劃</li> </ul>
	平面向量	<ul style="list-style-type: none"> <li>① 平面的向量表示法</li> <li>② 向量的內積與應用</li> <li>③ 面積與二階行列式</li> </ul>

第四冊	矩陣	① 線性方程組與矩陣 ② 矩陣的列運算 ③ 轉移矩陣 ④ 二階乘法反方陣
選修數學乙	機率統計 II	① 隨機的意義 ② 期望值、變異數、標準差 ③ 獨立事件 ④ 二項分布 ⑤ 常態分布（經驗法則） ⑥ 95 %信賴區間
	極限與函數	① 數列的極限 ② 無窮等比級數 ③ 循環小數的意義

**2 104 大學指考數學乙試題分布**

題號	題型	命題出處	考試重點（測驗目標）	難易度
1	單選	第二冊第二章 排列、組合	基本計數原理	易
2	單選	第三冊第二章 直線與圓 選修數學乙（下） 極限與函數	二元一次不等式、數列的極限	中偏難
3	多選	第二冊第三章 機率	古典機率的性質	易
4	多選	第一冊第三章 指數與對數函數	指、對數的運算性質	中
5	多選	第四冊第三章 矩陣	矩陣的運算	中偏易
6	多選	第一冊第二章 多項式函數	餘式定理	中偏易
7	多選	第二冊第四章 數據分析	二維數據分析	中
A	選填	第一冊第二章 多項式函數	二次函數的圖形、多項式不等式	中偏易
B	選填	第三冊第三章 平面向量	向量內積	中偏易
C	選填	第二冊第三章 機率	條件機率、獨立事件	中偏難
一	計算	第三冊第二章 直線與圓	斜率的定義	中偏難
二	計算	第三冊第二章 直線與圓	線性規劃	中

## 三 結 論

1. 今年的指考數學乙，難題增加了。“單選第2題”，有一點下馬威的味道；“選填C”，這題大概許多學生看不懂題意；“計算一”，夾帶複雜的計算。光這三題就配了26分，這足以把頂標、前標、均標都拉下了，筆者預估這三個標大概都要下降10～15分。
2. 今年的試題還滿像數學甲的考題（不算微積分），再加上題幹敘述很長，是近三年來最難的一次。
3. 試題分布：第一冊占24分，第二冊占30分，第三冊占32分，第四冊占8分，選修數學乙占6分。試題內容偏幾何，像一維數據分析、轉移矩陣、信賴區間等社會組的大重點都沒有出。
4. 計算題第一題的給分方式，將影響學生的分數甚鉅。



# 數學乙 試題解析

家齊女中 · 黃峻棋 老師

## 第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

### 一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 將正方形  $ABCD$  的每一條邊各自標上 1、2、3 中的某一個數，使得任兩條相鄰的邊，都標有恰好差 1 的兩個數。滿足這種條件的標示法總共有多少種？

- (1) 2
- (2) 4
- (3) 6
- (4) 8
- (5) 10

**答案** (4)

**命題出處** 第二冊第二章 排列、組合

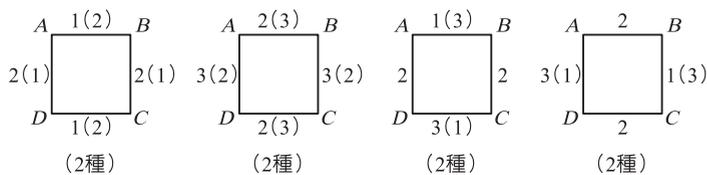
**測驗目標** 基本計數原理

**難易度** 易

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 34 頁範例 1  
《指考關鍵 60 天—數學乙》主題 15

**詳解** 如右圖

共有  $2 \times 4 = 8$  種情形  
故選(4)



2. 坐標平面上， $x$  坐標與  $y$  坐標皆為整數的點稱為「格子點」。設  $n$  為正整數，已知在第一象限且滿足  $x + 2y \leq 2n$  的格子點  $(x, y)$  的數目為  $a_n$ 。則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$  的值

為下列哪一個選項？

- (1) 0
- (2) 1
- (3)  $\frac{4}{3}$
- (4) 2
- (5) 4

**答案** (2)

**命題出處** 第三冊第二章 直線與圓  
選修數學乙(下) 極限與函數

**測驗目標** 二元一次不等式、數列的極限

**難易度** 中偏難

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 107 頁範例 2  
《指考關鍵 60 天—數學乙》主題 43

**詳解** 作  $x+2y \leq 2n$  的圖形如右

∴ 滿足不等式區域內的格子點數 (不含  $x$  軸,  $y$  軸上)

$y=1$  時,  $x \leq 2n-2$ , 有  $2n-2$  個格子點

$y=2$  時,  $x \leq 2n-4$ , 有  $2n-4$  個格子點

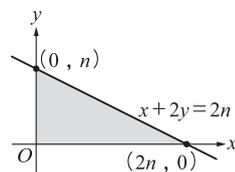
∴

$y=n-1$  時,  $x \leq 2$ , 有 2 個格子點

$$\therefore a_n = \frac{[(2n-2)+2] \times (n-1)}{2} = n^2 - n$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n}{n^2} = 1$$

故選(2)



## 二、多選題 (占 40 分)

說明：第 3 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 針對某 50 人的班級調查喝飲料的習慣，發現其中習慣半糖 (糖份減半) 的有 37 人，而習慣去冰 (不加冰塊) 的有 28 人。現在若隨機抽問該班一位同學，他喝飲料的習慣是半糖且去冰的機率有可能是下列哪些選項？

- (1) 0.28
- (2) 0.46
- (3) 0.56
- (4) 0.66
- (5) 0.74

**答案** (2)(3)

**命題出處** 第二冊第三章 機率

**測驗目標** 古典機率的性質

**難易度** 易

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 42 頁範例 1  
《指考關鍵 60 天—數學乙》主題 21

**詳解** 設  $A$  事件表習慣半糖的集合  
 $B$  事件表習慣去冰的集合

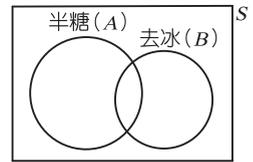
$$\because n(S) = 50, n(A) = 37, n(B) = 28$$

$$\therefore 15 \leq n(A \cap B) \leq 28$$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \Leftrightarrow \frac{15}{50} \leq P(A \cap B) \leq \frac{28}{50}$$

$$\Leftrightarrow 0.3 \leq P(A \cap B) \leq 0.56$$

故選(2)(3)



4. 半導體產業的摩爾定律認為「積體電路板可容納的電晶體數目每兩年增加一倍」。用  $f(t)$  表示從  $t=0$  開始，電晶體數目隨時間  $t$  變化的函數，並假設  $f(0) = 1000$ 。下面選項中，請選出可以代表摩爾定律的公式。

(1) 若  $t$  以年為單位，則  $f(t) = 1000 + \frac{1000}{2}t$

(2) 若  $t$  以月為單位，則  $f(t) = 1000 + \frac{1000}{24}t$

(3) 若  $t$  以年為單位，則  $f(t) = 1000 \cdot (\sqrt{2})^t$

(4) 若  $t$  以年為單位，則  $\log f(t) = 3 + \frac{\log\left(\frac{3t}{2} + 1\right)}{2}$

(5) 若  $t$  以月為單位，則  $\log f(t) = 3 + \frac{\log 2}{24}t$

**答案** (3)(5)

**命題出處** 第一冊第三章 指數與對數函數

**測驗目標** 指、對數的運算性質

**難易度** 中

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 31 頁精彩試題觀摩計算 5  
《指考關鍵 60 天—數學乙》主題 11

**詳解**  $\because f(t)$  表示從  $t=0$  開始，電晶體數目隨時間  $t$  變化的函數，  
且  $f(0) = 1000$

又電晶體數目每兩年增加一倍

(1)  $\times$ ：當  $t=4$  年時， $f(4) = 1000 + 2000 = 3000$ ，不合

(2)  $\times$ ：當  $t=48$  月時， $f(48) = 1000 + 2000 = 3000$ ，不合

(3)  $\circ$ ：若  $t$  以年為單位， $f(t) = 1000 \times (\sqrt{2})^t$



**答案** (2)(4)

**命題出處** 第四冊第三章 矩陣

**測驗目標** 矩陣的運算

**難易度** 中偏易

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 80 頁範例 1  
《指考關鍵 60 天—數學乙》主題 34、主題 35

**詳解** 設兩年前單價矩陣  $A = \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$ ，且物價每年上漲 3%

$$\therefore \text{現在的單價矩陣 } B = (1.03)^2 \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$$

(1) ×

(2) ○

$$(3) \times : \begin{bmatrix} 2 \cdot (1.03) & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot (1.03) & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot (1.03) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$$

$$= 2 \cdot (1.03) \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}, \text{ 不合}$$

$$(4) \circ : \begin{bmatrix} 1.03 & 0 & 0 \\ 0 & 1.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1.03 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.03 & 0 \\ 0 & 1.03 \end{bmatrix} = (1.03)^2 \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$$

(5) ×

故選(2)(4)

6. 設  $f(x)$  為一實係數多項式，且  $f(x)$  除以  $(x-1)(x-2)^2$  的餘式為  $(x-2)^2 + g(x)$ ，其中  $g(x)$  為一次多項式。請選出正確的選項。

- (1) 若知道  $f(1)$  及  $f(2)$ ，則可求出  $g(x)$
- (2)  $f(x)$  除以  $(x-2)$  的餘式是  $g(2)$
- (3)  $f(x)$  除以  $(x-1)$  的餘式是  $g(1)$
- (4)  $f(x)$  除以  $(x-2)^2$  的餘式是  $g(x)$
- (5)  $f(x)$  除以  $(x-1)(x-2)$  的餘式是  $x-2+g(x)$

**答案** (1)(2)(4)

**命題出處** 第一冊第二章 多項式函數

**測驗目標** 餘式定理

**難易度** 中偏易

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第19頁範例7類題2、3  
《指考關鍵60天—數學乙》主題3、主題4

**詳解** 由題意知  $f(x) = (x-1)(x-2)^2 \cdot Q(x) + (x-2)^2 + g(x)$ ，  
 $g(x)$  為一次式

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)(x-2)^2 \cdot Q(x) + (x-2)^2 + ax + b$$

(1)○：若  $f(1)$ 、 $f(2)$  已知，可求  $g(x) = ax + b$

(2)○： $f(x)$  除以  $x-2$  之餘式  $= f(2) = g(2)$

(3)×： $f(x)$  除以  $x-1$  之餘式  $= f(1) = 1 + g(1)$

(4)○： $\because g(x)$  為一次式  $\therefore f(x)$  除以  $(x-2)^2$  之餘式  $= g(x)$

(5)×： $f(x)$  除以  $(x-1)(x-2)$  之餘式為  $(x-2)^2 + g(x)$  再除以  
 $(x-1)(x-2)$  之餘式

故選(1)(2)(4)

7. 下表是某國在 2009 年至 2015 年間，運動選手的人數統計：

年份	男生	女生
2009	3410	1950
2010	3420	2000
2011	3540	2240
2012	3710	2370
2013	3830	2650
2014	3920	2780
2015	3990	2860

關於該國運動選手，請根據這張表選出正確的敘述。

- (1)從 2009 年到 2015 年，男運動選手增加的總人數比女運動選手增加的總人數多
- (2)從 2009 年到 2015 年，平均一年增加了 580 名男運動選手
- (3)從 2009 年到 2015 年，男女運動選手人數差距逐年持續縮小
- (4)如果分別計算男女運動選手人數對年份的迴歸直線（最適直線），則男生的直線斜率小於女生的直線斜率
- (5)在 2009 年到 2015 年共 7 年中，全國平均一年有超過 6000 名運動選手

**答案** (4)(5)

**命題出處** 第二冊第四章 數據分析

**測驗目標** 二維數據分析

**難易度** 中

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 55 頁範例 4 類題 3

- 詳解** (1) × : 男增加  $3990 - 3410 = 580$  (人)  
 女增加  $2860 - 1950 = 910$  (人)
- (2) × : 男生每年平均增加  $\frac{580}{6} \approx 97$  (人)
- (3) × : 男、女運動人數差距沒有逐年縮小 (2012 年比 2011 年增加)
- (4) ○ : 承(2), 女生每年平均增加  $\frac{910}{6} \approx 152$  (人)
- ∴ 男生的迴歸直線斜率小於女生的迴歸直線斜率
- (5) ○ : 2009 ~ 2015 年平均超過 6000 人 (大約 6095 人)
- 故選(4)(5)

### 三、選填題 (占 24 分)

說明：1. 第 A. 至 C. 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (8 ~ 17)。  
 2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若  $a$  為整數，且  $y = -7x^2 + ax + \frac{1}{3}$  的圖形與  $x$  軸的兩個交點都介於  $x = -1$  與  $x = 1$  之間，則滿足這樣條件的  $a$  有 89 個。

**答案** 13

**命題出處** 第一冊第二章 多項式函數

**測驗目標** 二次函數的圖形、多項式不等式

**難易度** 中偏易

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 21 頁範例 9  
 《指考關鍵 60 天—數學乙》主題 2

**詳解** 由題意知，函數圖形開口向下

$$\text{令 } f(x) = -7x^2 + ax + \frac{1}{3},$$

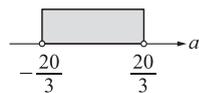
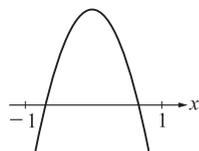
$$\text{且 } f(1) < 0, f(-1) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7 + a + \frac{1}{3} < 0 \Leftrightarrow a < \frac{20}{3} \\ -7 - a + \frac{1}{3} < 0 \Leftrightarrow a > -\frac{20}{3} \end{cases}$$

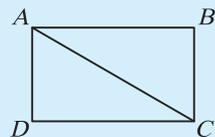
$$\therefore -\frac{20}{3} < a < \frac{20}{3}$$

$$\therefore a \in \mathbb{Z} \quad \therefore a = -6, -5, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 6$$

共 13 個



B. 如圖，長方形  $ABCD$  中， $\angle CAB=30^\circ$ ， $\vec{AC} \cdot \vec{AD}=|\vec{AC}|$ ，  
則  $\vec{AC} \cdot \vec{AB}=\underline{\textcircled{10}}\underline{\textcircled{11}}$ 。



**答案** 12

**命題出處** 第三冊第三章 平面向量

**測驗目標** 向量內積

**難易度** 中偏易

**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 74 頁範例 2  
《指考關鍵 60 天—數學乙》主題 30

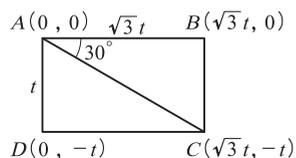
**詳解** 作圖如右，並且坐標化

$$\vec{AC}=(\sqrt{3}t, -t), \vec{AD}=(0, -t)$$

$$\because \vec{AC} \cdot \vec{AD}=t^2=|\vec{AC}|=2t$$

$$\Leftrightarrow t^2-2t=0 \quad \therefore t=2 \text{ 或 } 0 \text{ (不合)}$$

$$\therefore \vec{AC}=(2\sqrt{3}, -2), \vec{AB}=(2\sqrt{3}, 0) \Leftrightarrow \vec{AC} \cdot \vec{AB}=12$$



C. 某校數學教師針對高三學生隨機選出 30 名男學生及 20 名女學生，做新教材適應性的調查，每一位學生都要填答，且只能填答適應或不適應。結果有 35 名學生填答無法適應新教材內容。假設學生性別與適應狀況獨立，請完成下列表格，使其最能符合上述假設。

適應狀況 性別	適應	不適應 (35 人)
男生 (30 人)	<u>12</u> 人	<u>13</u> <u>14</u> 人
女生 (20 人)	<u>15</u> 人	<u>16</u> <u>17</u> 人

**答案** 9 ; 21 ; 6 ; 14

**命題出處** 第二冊第三章 機率

**測驗目標** 條件機率、獨立事件

**難易度** 中偏難

**類似題** 《指考關鍵 60 天—  
數學乙》主題 23

**詳解** 如右表

$$\text{由題意知 } x+y=15$$

$\because$  學生性別與適應狀況獨立

$$\therefore P(\text{學生適應})=P(\text{適應} | \text{男生})=P(\text{適應} | \text{女生})$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{50}=\frac{x}{30}=\frac{y}{20} \quad \therefore x=9, y=6$$

$$\Leftrightarrow 30-x=21, 20-y=14$$

適應狀況 性別	適應 (15 人)	不適應 (35 人)
男生 (30 人)	$x$ 人	$(30-x)$ 人
女生 (20 人)	$y$ 人	$(20-y)$ 人

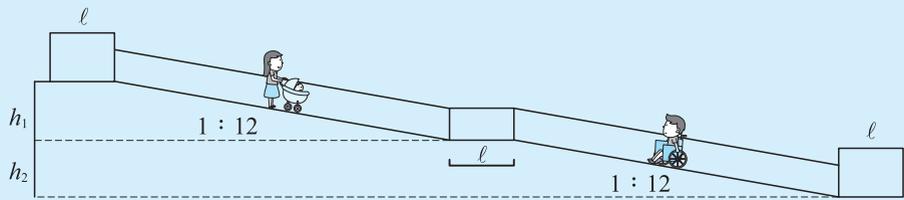
第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

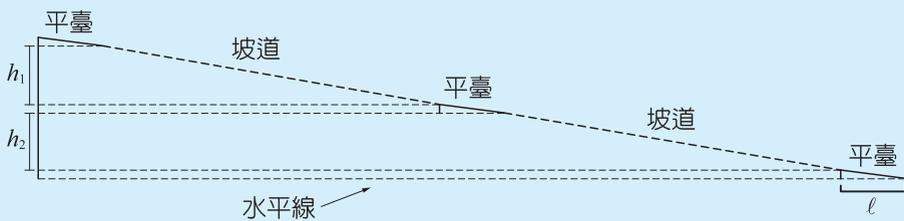
一、根據內政部營建署《建築物無障礙設施設計規範》，無障礙通路之設計需符合以下規定。

- 坡道之坡度（高度與水平長度之比值）不得大於  $\frac{1}{12}$ 。
- 坡道之起點及終點，應設置長、寬各 150 公分以上之平臺。此處的長，指的是水平長度，而非斜面的長度。
- 坡道的中間應設置適當數量的平臺，使得每段坡道的高差不超過 75 公分，且平臺的水平長度至少 150 公分。
- 各平臺之坡度不得大於  $\frac{1}{50}$ 。

圖一與圖二為側面示意圖，圖一摘自此規範書，圖二為圖一的簡明版，其中  $l \geq 150$ ， $h_1, h_2 \leq 75$ ；坡道之坡度相當於坡道斜率之絕對值。



圖一



圖二

依上述規定，一條升高 2 公尺的無障礙坡道，在無轉彎的條件下，其最小可能的水平長度（含平臺）為多少公尺？（12 分）

- 答案** 28.56 公尺
- 命題出處** 第三冊第二章 直線與圓
- 測驗目標** 斜率的定義

**難易度** 中偏難

**詳解** (解法一)

(1) 若中間只設一平臺：

$$\text{則起終點平臺高度 } h \leq 150 \times \frac{1}{50} = 3 \text{ cm}$$

∴起終點兩平臺高度最大為  $2 \times 3 = 6 \text{ cm}$

此時兩平臺長度為  $150 \times 2 = 300 \text{ cm}$

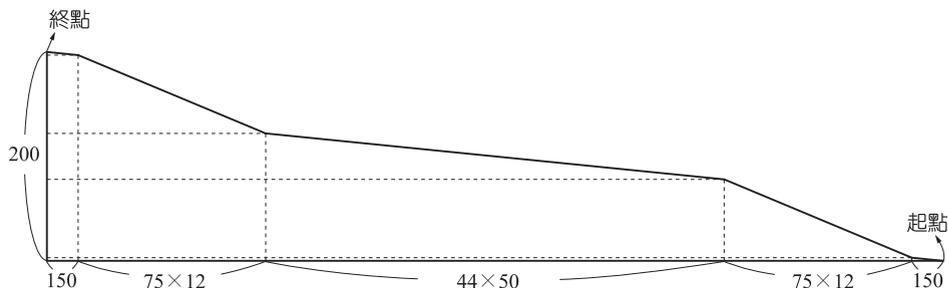
又坡道總高度為  $75 \times 2 = 150 \text{ cm}$

坡道總長度  $l \geq 150 \times 12 = 1800 \text{ cm}$

中間平臺高度為  $200 - 6 - 150 = 44 \text{ cm}$

中間平臺長度  $l' \geq 44 \times 50 = 2200 \text{ cm}$

∴此時最小總長度為  $300 + 1800 + 2200 = 4300 \text{ cm}$



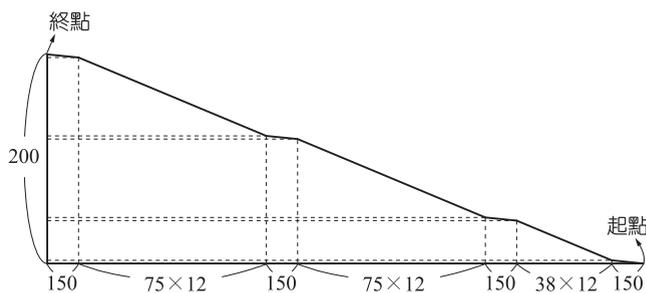
(2) 若中間設兩平臺：

則起終點 + 中間兩平臺高度為  $4 \times 3 = 12 \text{ cm}$

又坡道總高度為  $200 - 12 = 188$

坡道總長度  $l \geq 188 \times 12 = 2256$

∴此時最小總長度為  $150 \times 4 + 2256 = 2856 \text{ cm}$



(3) 若中間每增加一平臺，平臺的長度增加  $150 \text{ cm}$ ，坡道高度減少  $3 \text{ cm}$   
則坡道長度減少  $36 \text{ cm}$

∴總長度會增加  $150 - 36 = 114 \text{ cm}$

故中間兩平臺時有最小總長度為  $2856 \text{ cm} = 28.56 \text{ m}$

(解法二)

設中間最多設置  $n$  個平臺

$$\text{則 } 75 \times n + 150 \times \frac{1}{50} \times (n+2) \leq 200$$

$$\Leftrightarrow 78n + 6 \leq 200$$

$\therefore n$  取 2，即中間設置兩平臺

$\therefore$  平臺的總高度為  $4 \times 3 = 12$  cm

平臺的總長度為  $4 \times 150 = 600$  cm

坡道的總高度為  $200 - 12 = 188$  cm

坡道的總長度為  $188 \times 12 = 2256$  cm

$\therefore$  水平長度為  $600 + 2256 = 2856$  cm = 28.56 m

二、某航空公司因機械故障而停飛，致使平安旅行社原來預定搭此航空公司班機返臺的 25 位旅客，被迫滯留在當地。領隊經詢問後得知，另外三家航空公司飛往臺灣近期的機位已滿，都必須等待，當時有三種方案可以將旅客送回臺灣如下表（表中的數據是以每人為單位）。例如 A 方案，旅行社必須負擔每人 4500 元的食宿費加上 400 元的轉機價差。

方案	食宿費	轉機價差	返臺所需等待時間
A 轉搭甲航空公司的班機	4500 元	400 元	3 天
B 轉搭乙航空公司的班機	5500 元	200 元	4 天
C 轉搭丙航空公司的班機	8000 元	0 元	6 天

註：轉機價差是指「轉搭其他航空公司的班機」所需補的票價差額。

領隊向旅行社報告後，旅行社同意領隊可以使用下列經費來解決此事件：食宿費總共最多 150000 元，轉搭其他航空公司班機的轉機價差總共最多 8000 元。試問在經費允許的條件下，要如何分配採用 A、B、C 這三種方案的人數，才能使全部旅客返回臺灣所用的等待總人天數最少？所謂等待總人天數是採用各方案的人數乘以等待的天數之總和，例如：若採用 A、B、C 方案的人數分別為 8、10、7 人，則等待總人天數為  $8 \times 3 + 10 \times 4 + 7 \times 6 = 106$ （人天）。如果領隊規劃  $x$  人轉搭甲航空公司的班機、 $y$  人轉搭乙航空公司的班機，其餘的旅客轉搭丙航空公司的班機，由下列步驟，求出全部旅客返回臺灣所用的最少等待總人天數。

- (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。（4 分）
- (2) 求可行解區域的所有頂點的坐標。（4 分）
- (3) 求全部旅客返回臺灣所用的最少等待總人天數。（4 分）

**答案** (1) 
$$\begin{cases} x+y \leq 25 \\ 7x+5y \geq 100 \\ 2x+y \leq 40 \\ x \geq 0, y \geq 0 \text{ 且 } x, y \in \mathbb{Z} \end{cases} ; \text{目標函數 } f(x, y) = 150 - 3x - 2y$$

(2)  $(0, 25), (0, 20), \left(\frac{100}{7}, 0\right), (20, 0), (15, 10)$

(3) 85 總人天數

**命題出處** 第三冊第二章 直線與圓

**測驗目標** 線性規劃

**難易度** 中

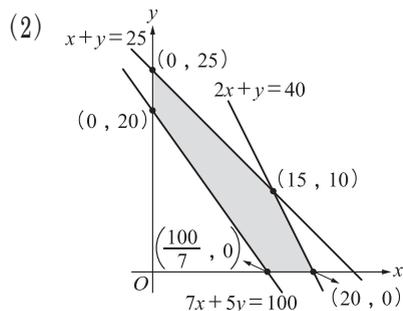
**類似題** 《大滿貫複習講義—數學乙》第 64 頁範例 3  
《指考關鍵 60 天—數學乙》主題 28

**詳解** 設搭甲航空班機有  $x$  人，搭乙航空班機有  $y$  人  
則搭丙航空班機有  $25 - (x+y)$  人

(1) 
$$\begin{cases} x+y \leq 25 \\ 4500x + 5500y + 8000[25 - (x+y)] \leq 150000 \\ 400x + 200y \leq 8000 \\ x \geq 0, y \geq 0 \text{ 且 } x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y \leq 25 \\ 7x+5y \geq 100 \\ 2x+y \leq 40 \\ x \geq 0, y \geq 0 \text{ 且 } x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

目標函數  $f(x, y) = 3x + 4y + 6 \times [25 - (x+y)] = 150 - 3x - 2y$



頂點坐標為  $(0, 25), (0, 20), \left(\frac{100}{7}, 0\right), (20, 0), (15, 10)$

(3)

$(x, y)$	$(0, 25)$	$(0, 20)$	$\left(\frac{100}{7}, 0\right)$	$(20, 0)$	$(15, 10)$
$f(x, y)$	100	110	$\frac{750}{7}$	90	85

故最小值為 85 總人天數，此時  $x=15, y=10$